Lycée CEBBALA A S : 2022/2023	Devoir de synthèse N°2 Mathématiques	Prof : BARHOUMI ADEL Niveau : 4émeS tech Durée : 3 h

Le sujet comporte 3 pages.**La page n°3 està rendre avec la copie**

Exercice n° 1 :(4 pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ On considère les points A(2,-1,1) ; B(-1,1,-1) et C(1,2,0)

1)a)Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) En déduire que ABC est triangle et calculer son aire

2) Soit D (-2, 3,-1)

a) Calculer $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}$ et déduire que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires

b) Calculer le volume du tétraèdre ABCD.

c)Déterminer alors la distance du point D au plan (ABC)

Exercice n° 2:(5 pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ On considère les points A(2,0,-1) ;B(1,0,0) et C(2,1,-1)

1)a)Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b)Déduire que les points A,B et C déterminent un plans P dont une équation est : x + z -1 = 0

2) Soit S l'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace vérifiant : $x^2 + y^2 + z^2 -2x +2z +1 = 0$

a) Montrer que S est une sphère de centre I(1, 0, -1) et de rayon R que l'on déterminera

b)Montrer que le plan P coupe S suivant un cercle (C) dont on déterminera le centre H et le rayon r

3)a) Vérifier que A et B sont deux points de (C)

b) Montrer que H est le milieu du segment [AB]

c) Déterminer une équation cartésienne du plan médiateur du segment [AB]

Exercice n° 3:(6 pts)

Soit f la fonction définie sur IR par :$f(x) = 1 + e^x - xe^x$. On note (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1)a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ puis $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.interpréter graphiquement les résultats

2)a)Montrer que $f'(x) = -xe^{x}$

b)Dresser le tableau de variation de f

3) Montrer que l'équation f(x)=0 admet dans IR une solution unique α et vérifier que $1 < \propto < 1{,}5$

4)Dans l'annexe ci-jointe (figure1) on a placé le réel $\propto$, tracer (ζ)

5)Soit h la restriction de f sur [0 ; +∞[

a)Montrer que h réalise une bijection de [0 ; +∞[sur un intervalle J que l'on précisera

b) Tracer (C') la courbe de h^{-1} dans le même repère

6) Soit F la fonction définie sur IR par F $(x) = x + (2 - x)e^{x}$.Montrer que F est une primitive de f sur IR.

Exercice n° 4:(5 pts)

Dans l'annexe ci-jointe (Figure 2).On a tracé (C) la courbe représentative d'une fonction f .

◊ (C) passe par le point A(1, -1)

◊ La tangente au point B d'abscisse 2 est parallèle à l'axe des abscisses

1)Donner graphiquement

a) f(1) et f '(2)

b) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$

c) Le nombre de solution de solution de l'équation f(x) = 0

2) On suppose que f(x) = a x +b(1+lnx)

a)Calculer f'(x) en fonction de a et b

b) on utilisant les résultats de 1)a) montrer que f(x) = x – 2(1+lnx)

3) Soit g la restriction de f sur [2 ;+ ∞ [

a) Vérifier que g réalise une bijection de [2 ;+∞[sur un intervalle J que l'on déterminera

b) Calculer g(2), g^{-1}est-elle dérivable à droite en ln $(\frac{1}{4})$

c) tracer (Γ) la courbe représentative de g^{-1} dans le même repère.

Bon travail

Annexe a rendre avec la copie

Nom et prénom :...

Figure 1(exercice n°3)

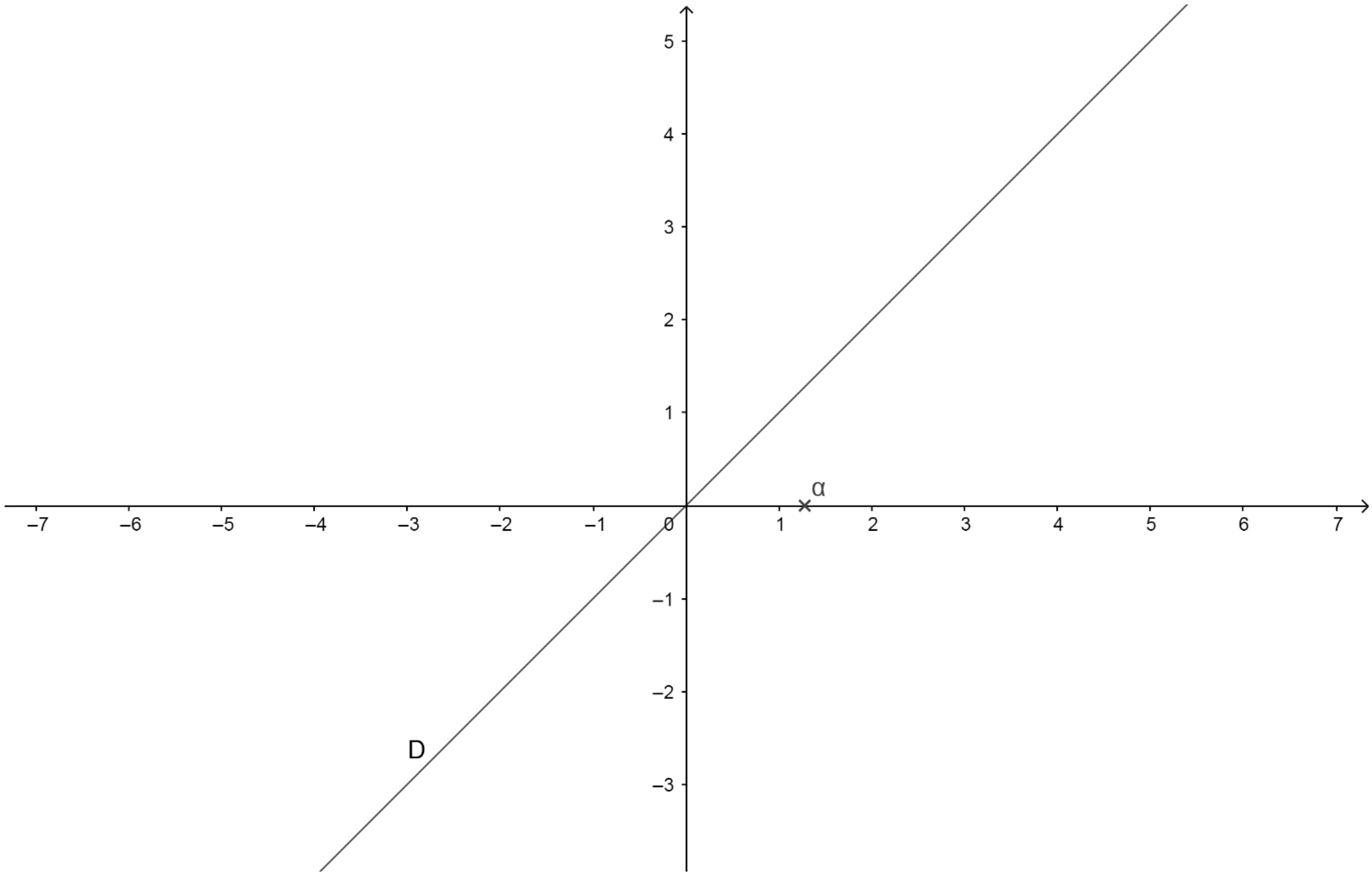

Figure 2(exercice n°4)